

MATEMATICA III

CORSO DI LAUREA IN STATISTICA, ECONOMIA, FINANZA E ASSICURAZIONI
FACOLTÀ DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE, INFORMATICA E STATISTICA
SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA
A.A. 21/22

DOCENTE: DOTT. GIULIO GALISE

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Prova scritta del 19.01.2022

Esercizio 1 (7 punti). Determinare e rappresentare graficamente l'insieme di definizione X della funzione

$$f(x, y) = \log(|y| - x) + \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + (y - 1)^2 - \frac{1}{16}}}.$$

Dire (senza giustificare la risposta) se X è aperto, chiuso, limitato, convesso e se il punto $(0, 0) \in \partial X$.

Esercizio 2 (8 punti). Stabilire se la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \sin(y)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

risulta:

- (i) continua in $(0, 0)$;
- (ii) derivabile in $(0, 0)$;
- (iii) differenziabile in $(0, 0)$.

Esercizio 3 (9 punti). Sia $f(x, y) = e^x(y^2 + 2xy + 1)$.

- (i) Determinare i punti critici di f e studiarne la natura.
- (ii) Stabilire se la funzione f è dotata di massimo e minimo assoluti.

Esercizio 4 (9 punti). Sia

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, y \geq x \geq 0\}.$$

(i) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2} + y} e^{-\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy.$$

(ii) Stabilire la validità della disuguaglianza

$$\iint_D \sin \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2} + y} e^{-\sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx dy \leq \sin(1) \text{mis}(D).$$